T19（3）方法二

T19（3）对正 n 边形 $A_1A_2\cdots A_n$ ，“点亮”的方法数设为 a_n 种；对 $2\le i\le n, A_i$ 与 A_{i-1} 处的数字、颜色至少有一个相同，而 A_1 与 A_n 处的数字、颜色均不相同的密码称为“未亮”，“未亮”设置方法数，设为 b_n 种．

一方面，考虑“点亮”的密码设置．A_1 有 4 种设置，当 A_1 取定后， A_2 有 3 种设置，以后每个点都有 3 种设置，所以共有 $4\times 3^{n-1}$ 种设置．但其中使得 A_1 与 A_n 处的数字、颜色均不相同的密码设置不满足要求，有 b_n 种，所以 $a_n=4\times 3^{n-1}-b_n$. (1) ……………………………………10 分

另一方面，考虑“未亮”的设置方法数．A_1 有 4 种设置，当 A_1 取定后，A_n 也已确定，A_2 有 3 种设置，以后每个点都有 3 种设置，直到 A_{n-1} ，所以共有 $4\times 3^{n-2}$ 种设置．但其中使得 A_n 与 A_{n-1} 处的数字、颜色均不相同的密码设置不满足要求，此时 A_1 与 A_{n-1} 处的数字、颜色均相同，将 A_1 与 A_{n-1} 看成一个点，则得到 $A_1A_2\cdots A_{n-2}$ 的好的密码设置，有 a_{n-2}种，所以 $b_n=4\times 3^{n-2}-a_{n-2}$. (2) ……………………………………………………………………………………13 分

由（1）、（2）得，$a_n-a_{n-2}=8\times 3^{n-2}$.

因为 $a_1=4, a_2=12$ ，所以当 n 是奇数时，

$a_n=a_1+\sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} 8\times 3^{2i-1}=3^n+1$……………………………………………………………………………………15 分

当 n 是偶数时，

$a_n=a_2+\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} 8\times 3^{2i}=3^n+3$……………………………………………………………………………………17 分